

Ю. А. КЛЕТНАЯ

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ОППОНЕНТОВ В АКТИВНОЙ СИСТЕМЕ С УЧЕТОМ ТРАНСФОРМАЦИИ БЕСКОАЛИЦИОННОЙ ИГРЫ В КООПЕРАТИВНУЮ

Доцільність використання кооперативної поведінки в цей час добре усвідомлено політиками. В галузі економіки цей шлях використовують капіталістичні країни. З огляду на майбутнє вітчизняної економіки кооперативні ігри мають набути актуальності. В статті робиться спроба аналізу конкуренції, співдружності та кооперації з метою доказу доцільності останнього підходу.

В последние годы значение теории игр существенно возросло во многих областях экономических и социальных наук. В экономике она применима не только для решения общехозяйственных задач, но и для анализа стратегических проблем предприятий, разработок организационных структур и систем стимулирования.

Теория игр претендует на описание рационального поведения при принятии решений во взаимосвязанных ситуациях, что характерно для большинства актуальных проблем в экономических и социальных науках. Такие тематические области, как стратегическое поведение, конкуренция, кооперация, риск и неопределенность, являются ключевыми в теории игр и непосредственно связаны с управленческими задачами[12].

Как известно, с помощью теории игр предприятие получает возможность предусмотреть ходы своих партнеров и конкурентов. В предлагаемой статье будет описано вычислительное исследование процесса кооперирования игроков. Как известно, при кооперировании, то - есть при вступлении игроков в коалиции, зачастую происходит повышение прибыли предприятий – игроков. Как показало проведенное нами исследование, образование коалиций выгодно не всегда и не всем субъектам игры. Этот вопрос не очевиден и недостаточно изучен, о чем свидетельствуют литературные источники[1-6,8,10].

Следуя формальным схемам игры, удалось рассмотреть разные игровые постановки задачи. Это дало возможность в достаточно наглядной форме проанализировать целесообразность образования коалиций для всех сторон, участвующих в игре.

Основные полученные результаты можно сформулировать следующим образом:

- объединение нескольких игроков в коалицию действительно значительно увеличивает их прибыль, но при этом в активной системе возрастает трансфертная цена продукции, а также увеличиваются суммарные затраты. То - есть центр и потребители в данном случае несут убытки, и центр со своей стороны обычно противостоит образованию таких коалиций;

- ситуация, когда образование коалиций приводит к тому, что предприятий-игроков остается двое и центр вынужден, помимо формирования законов управления этими предприятиями, также устанавливать ограничения на поступающую к нему от них информацию. Для центра этот случай с точки зрения управления является наиболее сложным, так как вес каждого игрока наиболее велик. И результаты игры для всей системы будут очень сильно зависеть от предположенных центром ограничений. В данной укладке игры центр и потребители также проигрывают, в то время как предприятия-игроки получают увеличение своей прибыли;

- в случаях, когда центр препятствует образованию коалиций, предприятия могут объединяться, не меняя свой состав и предпринимательский статус. То - есть предприятия не сообщают о кооперации центру. В таком случае меняются их коэффициенты эффективности. Наиболее характерен случай, когда более слабое предприятие подтягивается по эффективности к более сильному в образовавшейся коалиции. Парадоксальным оказалось, что такое «тайное» от центра объединение приводит к снижению суммарных затрат центра и понижению трансфертной цены. Но при этом прибыль игроков-предприятий может падать. Для данного случая были получены линии безразличия к образованию коалиций. Линии безразличия дают возможность проанализировать, при каком увеличении эффективности выгодно образование коалиций для предприятий-игроков, а при каком - нет.

А теперь перейдем к описанию проводимого исследования. Чтобы описать игру, необходимо сначала выявить ее участников. Участниками описываемой игры являются: управляющее звено – центр, предприятия и потребители.

Итак, мы исследовали условия, при которых будут или могут образовываться коалиции в централизованной системе в условиях открытого управления при определенных изменениях коэффициентов эффективности производственной деятельности игроков и их организационных статусов.

Такое исследование проводилось на примере 4-х предприятий, образующих систему, хотя аналогичный подход может быть применен для любого числа предприятий (более 2-х).

Традиционная модель планирования производства продукции в математической теории игр основана на том, что предприятия участвуют в бескоалиционной игре; принципом управления центра предприятиями является принцип открытого управления и условием оптимальности является индивидуальная рациональность деятельности предприятий, то - есть стремление обеспечить себе гарантированный выигрыш в точке равновесия Нэша. При данном равновесии не одному из игроков ни выгодно сепаратно отходить от выбранной стратегии.

Рассмотрим математическую модель планирования оптимального выпуска продукции.

Пусть существует система, состоящая из планирующего органа (центра) и n предприятий-производителей однородной продукции (активных элементов). Модель производственно – экономической системы для задач планирования производства продукции[8] приведена на рис. 1.

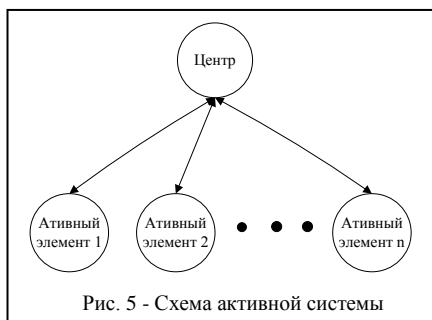


Рис. 5 - Схема активной системы

Задача центра — назначить план каждому предприятию на один плановый период при условии, чтобы суммарный выпуск продукции был бы равен заданному количеству R (плановое задание для системы в целом), а суммарные затраты на производство продукции были бы минимальными. Обозначим: x_i —план, z_i —затраты i -го предприятия на выпуск продукции

в количестве x_i . Таким образом, выпуск должен равняться плану.

Естественно принять в детерминированных моделях, что при заданном плане x_i существует минимальная величина $3_i(x_i)$ затрат. Однако реальные затраты могут быть значительно выше этой объективной величины, например, из-за плохой организации производства, отсутствия заинтересованности предприятия к снижению затрат и т. д. Понятно, что $3_i(x_i)$ —неубывающая функция x_i , так как затраты растут с ростом плана[1]. В соответствии с [1]:

$$3_i(x_i) = \frac{1}{2 * r_i} * x_i^2 \cdot \quad (1)$$

Параметр r_i называется коэффициентом эффективности производства.

Сумма этих коэффициентов обозначается: $H = \sum_{i=1}^n r_i$. Таким образом,

реальные затраты i -го предприятия:

$$z_i \geq \frac{1}{2r_i} x_i^2 \cdot \quad (2)$$

Суммарные затраты имеют следующий вид:

$$\Phi(z) = \sum_{i=1}^n z_i \cdot \quad (3)$$

Задача центра - минимизировать суммарные затраты $\Phi(z)$ при условии

$\sum_{i=1}^n x_i = R$. Функцию $\Phi(z)$ будем называть целевой функцией центра в рассматриваемом периоде.

Чтобы завершить описание модели, необходимо оговорить мотивы, определяющие поведение предприятий. Интересы предприятия определяются целым рядом материальных, моральных, престижных и прочих факторов. Однако нас интересует выражение этих целей через переменные,

фигурирующие в модели, т. е. через план x_i и затраты z_i . Примем, что при выполнении плана предприятие получает определенную прибыль, возрастающую с ростом плана и с уменьшением затрат $f_i = \lambda * x_i - z_i$, то - есть с ростом x_i f_i сначала возрастает, затем падает, а с ростом z_i f_i уменьшается[1]. Если λ — цена продукции, то $(\lambda * x_i - z_i)$ определяет величину прибыли. $f_i = \lambda * x_i - z_i$ будем называть целевой функцией предприятия i в рассматриваемом периоде функционирования. Для конкретизации модели будем считать, что λ — цена продукции и, следовательно, f_i — прибыль предприятия i в рассматриваемом периоде функционирования[8].

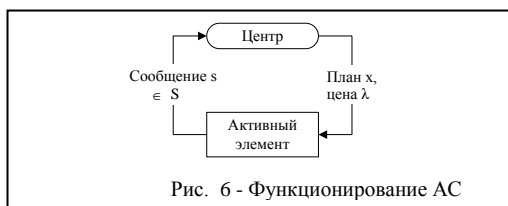
Рассмотрим далее принцип открытого управления как основу организации взаимоотношений между центром и предприятиями.

Пусть центр имеет оценки $\{s\}$ эффективности $\{r\}$, полученные от предприятий, а значит, и оценку $S = \sum_i s_i$ величины H , оценку целевой

функции предприятия $\lambda x_i - \frac{1}{2s_i} x_i^2$ и оценку λs_i «выгодного» для предприятия плана $v_i = \lambda r_i$. Тогда закон управления[1,2]:

$$\lambda(s) = \frac{R}{S}, \quad x_i(s) = \lambda(s) s_i = s_i \frac{R}{S}. \quad (4)$$

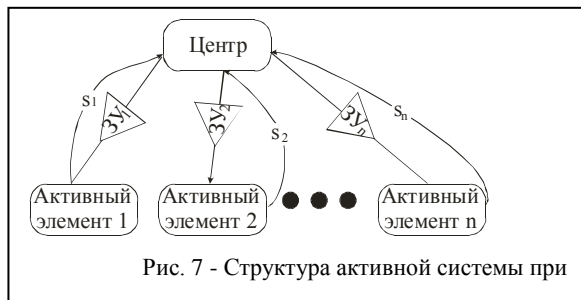
Структура и процесс функционирования активной системы при открытом



управлении приведены на рис. 2 и рис. 3.

Опираясь на исследования Буркова В.Н[1], можно отметить, что при таком определении $\lambda(s)$, план $x_i(s)$, обеспечивая максимум

функции $\lambda x_i - \frac{1}{2s_i} x_i^2$, отражает



представления центра об интересах предприятия. Будем называть ее функцией предпочтения предприятия. Таким образом, при законе (4) каждое предприятие получает план, обеспечивающий максимум его функции

предпочтения.

Такой план будем называть согласованным. Принцип управления, при котором все предприятия получают согласованные планы, называется принципом открытого управления (ОУ). В данном случае принцип открытого управления определяет единственный закон открытого управления(4).

Формально принцип ОУ можно записать в виде следующей задачи оптимизации[1]: определить $x \geq 0$, $\lambda > 0$ такие, что

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2s_i} x_i^2 \rightarrow \min, \sum_{i=1}^n x_i = R, \quad (5)$$

$$\lambda x_i - \frac{1}{2s_i} x_i^2 = \max_z \left(\lambda z - \frac{1}{2s_i} z^2 \right). \quad (6)$$

Цели субъектов АС сведены в таблицу.

<p><u>Цель центра</u>: минимизировать суммарные затраты $\sum_{i=1}^n \frac{1}{2s_i} x_i^2 \rightarrow \min$, при условии. $\sum_{i=1}^n x_i = R$</p>
<p><u>Цель предприятий</u>: максимизировать прибыль: $\mathcal{D}_i = \lambda x_i - \frac{1}{2r_i} x_i^2$</p>
<p><u>Интерес потребителей</u>: минимальная цена $\lambda(s) = \frac{R}{S}$</p>

А теперь предположим, что предприятия образуют коалиции на условиях, позволяющих им повысить свои коэффициенты эффективности $\{r\}$. Как будет показано ниже, в таком случае существует три возможных варианта:

1. Повышение коэффициентов эффективности приводит к целесообразности образования коалиций
2. Повышение коэффициентов эффективности не приводит к целесообразности образования коалиций
3. Предприятия безразличны к образованию коалиции

Исследование трансформации бескоалиционной игры в кооперативную проводилось по следующему алгоритму:

1. Для четырех игроков была рассчитана бескоалиционная игра: определена точка Нэша, плановые показатели, выигрыши и затраты предприятий в т. Нэша, также были определены суммарные затраты и цена продукции. В дальнейшем при исследовании все показатели, рассчитываемые для различных укладок коалиций, сравнивались с результатами бескоалиционной игры.

2. Просчитано шесть различных укладок игроков в коалиции, когда два любые игрока объединяются и меняют свой предпринимательский статус, а

два другие продолжают играть по отдельности сами за себя. То есть после объединения в коалиции игра рассматривается как бескоалиционная игра трех лиц. Для каждой ситуации с коалиционным объединением были определены точки Нэша и рассчитаны все показатели экономической деятельности игроков и системы в целом.

3. Рассмотрены варианты, когда в коалицию объединяются три игрока и играют против одного. Также ситуации, когда два игрока объединяются в коалицию и другие два также объединяются в коалиции. В таком случае игра представляет собой бескоалиционную игру двух лиц.

4. Рассмотрен альтернативный вариант объединения в коалиции, когда предприятия объединяются, договариваясь между собой, при этом у них появляется возможность определенным образом увеличить коэффициенты эффективности, но центру об этой кооперации они не сообщают. В таком случае центр рассматривает систему предприятий при принятии управленческих решений как систему четырех предприятий, не взаимодействующих друг с другом, то - есть он управляет четырьмя предприятиями, не догадываясь о существовании коалиции. А на уровне объединившихся предприятий увеличиваются коэффициенты эффективности производственной деятельности. Для всех вариантов такого объединения в коалиции были рассчитаны точки Нэша, а также были определены такие показатели, как величины выигрышей предприятий и суммарные затраты в точке Нэша при условии, что предприятия сообщают центру оценки коэффициентов эффективности с выгодными для них значениями.

5. Для различных вариантов объединения в коалиции были выделены линии безразличия к образованию коалиций.

Проанализируем полученные результаты.

Приведем расчет бескоалиционной игры со следующими параметрами:

$R = 10$ (суммарный объем производства однородной продукции для системы в целом),

$r_1 = 1, r_2 = 2, r_3 = 3, r_4 = 4$ (коэффициенты эффективности предприятий),

$n = 4$ (количество игроков).

Расчет оптимальных s_i проводился по методике В.Н. Буркова[1].

Результаты расчета:

$S^* = 5.98$ (суммарная оценка коэффициентов эффективности),

$s_1^* = 0.84, s_2^* = 1.39, s_3^* = 1.75, s_4^* = 1.99$ (оценки коэффициентов эффективности предприятий в точке Нэша, свидетельствующие об их стремлении «прибедняться» перед центром),

$\lambda = 1.67$ (трансфертная цена продукции внутри системы, завышенная по сравнению со «справедливой», которая назначается центром при полной его осведомленности о коэффициентах r_i),

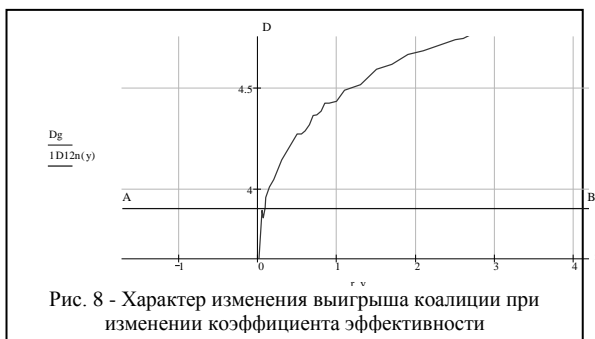
$x_1^* = 1.41, x_2^* = 2.32, x_3^* = 2.93, x_4^* = 3.34$ (плановые задания объема производства для предприятий в точке Нэша),
 $D_1^* = 1.36, D_2^* = 2.54, D_3^* = 3.48, D_4^* = 4.19$ (выигрыши предприятий в точке Нэша), $D^* = 11.57$ (суммарная прибыль системы в точке Нэша),
 $z_1^* = 1.18, z_2^* = 1.94, z_3^* = 2.45, z_4^* = 2.8$ (затраты предприятий в точке Нэша),
 $\Phi^* = 8.37$ (суммарные затраты в АС).

Проведем анализ различных вариантов образования коалиций.

1. Двое игроков образуют коалицию, а оставшиеся два играют сами за себя. Центр в таком случае рассматривает ситуацию как бескоалиционную игру трех предприятий-игроков. Суммарный выигрыш предприятий, объединенных в коалицию, превышает выигрыш этих же предприятий в бескоалиционной игре четырех игроков. То-есть для предприятий официальное объединение в коалицию с изменением организационного статуса с точки зрения их целевых функций представляется очень выгодным. В коалиции будет стоять только одна проблема: деление прибыли между коалиционерами. Но для центра такое объединение связано с ростом суммарных затрат, и, таким образом, целевая функция центра не минимизируется. С точки зрения потребителей такое объединение также не выгодно, так как отпускная цена растет с ростом трансфертной.

Таким образом, такого рода объединение выгодно только предприятиям-игрокам, а центру и потребителям не выгодно. И очевидно, что центр будет препятствовать созданию таких коалиций.

Графически на примере объединения первого и второго игроков это показано на рис. 4. Линия АВ, показывает уровень выигрыша двух предприятий в бескоалиционной игре. Кривая показывает рост прибыли коалиции двух игроков при увеличении коэффициента эффективности. Как видно из графика, пересечение линии выигрышей в бескоалиционной и коалиционной играх происходит уже при очень маленьком значении коэффициента эффективности коалиции.



Это увеличение прибыли предприятий-игроков происходит по большей части за счет увеличения цены продукции. Это можно объяснить следующим образом: число игроков становится меньше ($n = 3$), с уменьшением одного из

коэффициентов эффективности уменьшается значения суммарной эффективности - H , и, следовательно, уменьшается значение оценки H , то есть S уменьшается. А исходя из закона формирования цены $\lambda(s) = \frac{R}{S}$, с уменьшением S цена возрастает.

2. Проанализируем вариант, когда бескоалиционная игра 4-х игроков превращается в бескоалиционную игру 2-х игроков. В этом случае при открытом управлении как уже было показано в работах [1, 2], предприятиям выгодно оценки эффективности показывать равными нулю, т.е. $\{s_i = 0\}$. И центр в таком случае вынужден вводить ограничения на нижние пределы поступающей к нему информации об оценке эффективности $\{s_i\}$. И в данном случае все будет зависеть от величины этих ограничений, то-есть от стратегии центра.

3. Когда предприятия не могут объединиться в коалицию в виду препятствования этому центра, как было рассмотрено и проанализировано в пункте 2 и 3, они могут кооперироваться, не сообщая об этом центру. Было проведено исследование всех возможных вариантов кооперации с увеличением коэффициентов эффективности. Парадоксально, но было замечено, что при объединении в коалиции, когда более слабое предприятие в плане эффективности подтягивается к более сильному игроку, падают суммарные затраты центра, снижается цена и вместе с тем снижается прибыль коалиции по сравнению с прибылью в бескоалиционной игре. На рис. 5 приведено сравнение прибыли некоторых коалиций с суммарной прибылью этих игроков в бескоалиционной игре.

Для получения более обобщенного результата была предпринята попытка исследовать зависимость выигрышей игроков в коалиции от приращения



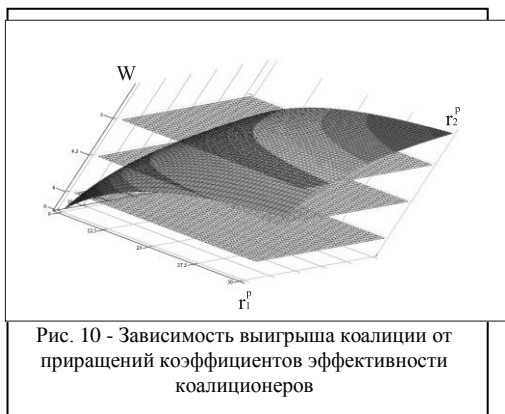
эффективности их производства.

Для иллюстрации проведенных исследований приведем область зависимости выигрышей от приращения коэффициентов эффективности 1-го и 2-го предприятий. То есть для 1-го предприятия: $r_1^p = r_1 + y$. Для второго: $r_2^p = r_2 + k$. Их выигрыши будут выглядеть следующим образом:

$$D_1(y) = \lambda * x_1 - \frac{x_1^2}{2(r_1 + y)}, D_2(k) = \lambda * x_2 - \frac{x_2^2}{2(r_2 + k)} \quad (7)$$

На рис.6 изображена трехмерная область выигрышей, которая зависит от приращения коэффициентов эффективности первого игрока ($r_1^p = r_1 + y$), и от приращения коэффициентов эффективности второго игрока ($r_2^p = r_2 + k$) и отображает суммарную прибыль коалиции:

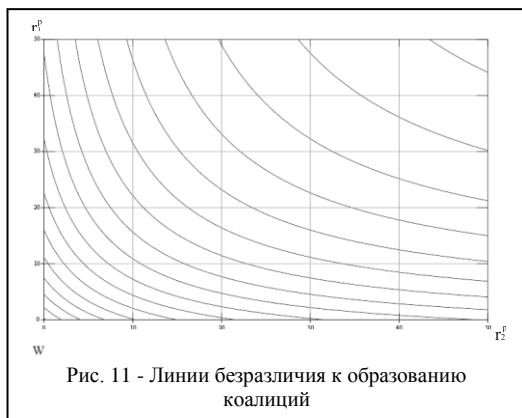
$$W(y, k) = D_1(y) + D_2(k). \quad (8)$$



Посчитав с помощью игрового моделирования прибыль двух игроков в бескоалиционной и кооперативной играх, можно, построив область выигрышей коалиции (рис 6), определить какое сочетание коэффициентов эффективности делает целесообразным образование коалиции описанного вида для данных предприятий, а какое нет. Также описанное моделирование позволяет выделить линию безразличия, которая показывает,

при каком изменении значений коэффициентов эффективности для предприятий целесообразно вступать в коалицию.

На рис.7 приведена проекция трехмерной области выигрышей на плоскость (r_1^p, r_2^p).



Данная проекция отображает линии безразличия к образованию коалиций.

Кривая безразличия - это геометрическое место точек, характеризующих сочетания коэффициентов эффективности, имеющих для предприятий-игроков одинаковую ценность[13]. Все множество кривых безразличия в пространстве коэффициентов эффективности двух предприятий образует карту

безразличия. Она однозначно выражает предпочтения предприятий-игроков и позволяет предсказать их отношение к любым двум сочетаниям различных коэффициентов эффективности.

Так, глядя на карту безразличия, представленную на рис. 7, можно определить, при каких коэффициентах эффективности предприятия-игроки безразличны к образованию коалиций.

В заключение можно сказать, что вопрос о том, вступать ли предприятиям – игрокам в коалицию, является очень спорным. С помощью теоретико - игрового моделирования, описанного в данной статье, была предпринята попытка расчетным путем исследовать целесообразность образования игроками различных укладок коалиций. В исследовании рассматривалось, как образование коалиции влияет на всю систему в целом, отдельных игроков-предприятий и потребителей.

Исследование показало, что вопреки ожидаемым результатам, далеко не всегда для системы выгодно образование коалиций. И очень сложно однозначно ответить на вопрос: стоит ли вступать в коалицию или нет?

В заключение следует особо подчеркнуть, что теория игр является очень сложной областью знания. При обращении к ней надо соблюдать известную осторожность и четко знать границы применения[12]. Слишком простые толкования, принимаемые фирмой самостоятельно или с помощью консультантов, таят в себе скрытую опасность. Анализ и консультации на основе теории игр из-за их сложности рекомендуются лишь для особо важных проблемных областей. Опыт фирм показывает, что использование соответствующего инструментария предпочтительно при принятии однократных, принципиально важных плановых стратегических решений, в том числе при подготовке крупных кооперационных договоров.

Список литературы: 1. Бурков В. Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. - 255 с. 2. Бурков В. Н., Кондратьев В. В., Цыганов В. В., Черкашин А. М. Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма. М.: Наука, 1984. - 271 с. 3. Вилкас Э. Й., Майминас Е. З. Решения: теория, информация, моделирование. М.: Радио и связь, 1981. - 328 с. 4. Воробьев Н. Н. Теория игр для экономистов кибернетиков. М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, 1985. - 272 с. 5. Джон фон Нейман, Маргенитерн О. Теория игр экономическое поведение. М: Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, 1970. - 708 с. 6. Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. Математические методы в экономике: Учебник. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, Издательство «ДИС», 1997. - 368 с. 7. Кузин Б. И., Юрьев В. Н., Шахнадилов Г. М. Методы и модели управления фирмой. СПб: Питер, 2001. - 432 с. 8. Новиков Д. А., Петраков С. Н. Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999. - 105 с. 9. Петросян Л. А., Занкевич Н. И., Семина Е. А. Теория игр. М.: Высшая школа, 1998. - 300 с. 10. Розенмюллер И. Кооперативные игры и рынки. М.: «МИР», 1974. - 168 с. 11. Экланд И. Элементы математической экономики: Пер. с франц. М.: Мир, 1983. - 248 с. 12. Фелькер Р. Использование теории игр в практике управления // http://www.cfin.ru/management/game_theory.shtml 13. Микроэкономика. Электронный учебник. <http://www.math.omsu.omskreg.ru/info/learn/micro/D.htm>

Поступила в редколлегию 30.04.06